

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №1

«МЕТОД РЕГУЛЯРИЗАЦИИ РЕШЕНИЯ ИНТЕГРАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ФРЕДГОЛЬМА ПЕРВОГО РОДА»

Задание к лабораторной работе

Дано интегральное уравнение Фредгольма первого рода

$$\int_a^b K(t, s)\varphi(s)ds = f(t), \quad a \leq t \leq b, \quad (1)$$

где $K(t, s)$ – ядро интегрального уравнения, $f(t)$ – заданная функция.

Целью настоящей работы является нахождение приближенного решения уравнения (1) с последующим построением соответствующего графика.

Приведем алгоритм решения поставленной задачи:

1. Для заданных значений $a = 0$, $b = 1$ и $N = 5$ найти шаг

$$h = \frac{b-a}{N} \text{ и задать равномерную сетку } x_k = x_{k-1} + h, \quad k = 0..N,$$

$$x_0 = 0.$$

2. Составить последовательность регуляризующих параметров

$$\alpha_k = \frac{1}{10^k}, \quad k = 0, 1, \dots$$

3. Составив матрицу из ядер $K(t_k, s_p)$ и вычислив значения функции $f(t_k)$, составить систему уравнений

$$\int_a^b \frac{K(t, s)}{\alpha} \varphi(s) ds = \frac{f(t)}{\alpha} \text{ и посчитать приближенные значения } \varphi.$$

Построить на графике полученные приближенные значения

$$\varphi_0, \dots, \varphi_N.$$

Примечание. Для приближенного вычисления интеграла п.3 можно воспользоваться квадратурными формулами, например формулой трапеций.

Варианты

1. $K(t, s) = s^{t+\sin t};$
2. $K(t, s) = s^t;$
3. $K(t, s) = t^s;$
4. $K(t, s) = \sqrt[3]{t+s};$
5. $K(t, s) = \sec(st);$
6. $K(t, s) = tg^3(s+t);$
7. $K(t, s) = \sqrt{s+t};$
8. $K(t, s) = tg(s+t);$
9. $K(t, s) = 4\sec(s+t);$
10. $K(t, s) = s^{t+\sin t};$
11. $K(t, s) = \sqrt[7]{t+s};$
12. $K(t, s) = \sinh^t(s);$
13. $K(t, s) = tgh(t+s);$
14. $K(t, s) = \sqrt[5]{s+t} + \sin(t);$
15. $K(t, s) = tg^s(t);$
16. $K(t, s) = \cos^t(s);$
17. $K(t, s) = s^{\sqrt{t}};$
18. $K(t, s) = s^{t+\sin s};$
19. $K(t, s) = s^{t+tg t};$
20. $K(t, s) = s^{t-\sin s};$

Содержание отчета

Отчет должен содержать титульный лист, номер варианта, краткое описание применяемого метода регуляризации и результаты решения задачи. Обязательно наличие выводов по проделанной работе. В случае несвоевременного выполнения задания к отчету прилагается USB носитель с выполненным заданием.